

۹

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹ دشوار

اگر گزاره $p \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست باشد:

بارم: ۲

(الف) ارزش گزاره های p و q را مشخص کنید.(ب) ارزش گزاره $(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p)$

۱۰

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸ دشوار

(الف) ارزش گزاره های $(p \wedge \sim p)$ و $(q \vee \sim q)$ را مشخص کنید.

بارم: ۲

(ب) گزاره $p \Leftrightarrow \sim p \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$ با چه گزاره ای هم ارز است.

۱۱

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷ متوسط

با استفاده از جدول ارزش ها درستی هم ارزی زیر را بررسی کنید.

بارم: ۲

$$(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q) \equiv p \Leftrightarrow q$$

۱۲

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶ متوسط

گزاره زیر همراه یک استدلال نادرست برای آن داده شده است.

بارم: ۱.۲۵

دلایل نادرستی استدلال را مشخص کنید.

اگر طول و عرض مستطیل را نصف کنیم، آنگاه مساحت آن نصف می شود.

 x : طول y : عرض $s = xy$: مساحت

$$s_{\text{جدید}} = \frac{1}{2}(xy) = \frac{1}{2}s$$

۱۳

نهایی ۱۳۹۹ ساده

عبارت های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

بارم: ۱

(الف) دو برابر جذر عددی برابر خودش است.

(ب) مجموع معکوس های دو عدد بزرگ تر یا مساوی مجموع آن دو عدد است.

۱۴

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸ دشوار

ثابت کنید: «اگر n^2 مضرب ۳ باشد، آنگاه n نیز مضرب ۳ است». ($n \in \mathbb{Z}$)

بارم: ۲

۱۵

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹ متوسط

(الف) عبارت «مجموع مجذورهای دو عدد حقیقی بزرگ تر است از، یک واحد کمتر از مجذور مجموع دو عدد» را به زبان ریاضی بنویسید.

بارم: ۲

(ب) در کدام مرحله از استدلال زیر خطا وجود دارد، استدلال را درست ادامه دهید و c را بر حسب a و b به دست آورید.

$$۱) a = \frac{a-d}{c-d} \quad (c \neq d)$$

$$۲) a(c-d) = a-d$$

$$۳) ac = a$$

$$۴) c = 0$$

(۱۶)

عبارت های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید:

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

ساده

بارم: ۲

(الف) حاصل جمع مجذور دو عدد کوچک تر از مجذور حاصل جمع همان دو عدد است.

(ب) پنج برابر عددی منهای ۳ برابر است با نصف یک سوم همان عدد.

(۱۷)

به کمک عکس نقیض، گزاره زیر را ثابت کنید:

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

دشوار

بارم: ۱.۷۵

«اگر مربع عددی، مضرب ۳ باشد، آنگاه آن عدد مضرب ۳ است.»

(۱۸)

(الف) استدلال زیر چه نام دارد و ارزش آن را تعیین کنید.

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

متوسط

بارم: ۲

مقدمه ۱: اگر x عددی مثبت باشد، آنگاه x^2 نیز عددی مثبت است.مقدمه ۲: عدد a^2 مثبت است.نتیجه: a نیز عددی مثبت است.(ب) درستی قاعده قیاس استثنایی $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ را با جدول ارزشی نشان دهید.

(۱۹)

(الف) ثابت کنید: «اگر a عددی گنگ باشد، آنگاه $\sqrt{a}$ نیز عددی گنگ است.» ($a \geq 0$)

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

متوسط

بارم: ۲

(ب) علی و محمد می خواهند از تساوی $x = \frac{2y-a}{y-1}$ را برحسب x به دست آورند.

(۱) هریک در چه مرحله ای دچار اولین خطا شده اند؟

محمد علی شماره گام

$$\text{گام اول} \quad x = \frac{2y-a}{y-1} \quad x = \frac{2y-a}{y-1}$$

$$\text{گام دوم} \quad xy - x = 2y - a \quad xy - 1 = 2y - a$$

$$\text{گام سوم} \quad xy + 2y = x - a \quad xy - 2y = 1 - a$$

$$\text{گام چهارم} \quad 2xy = x - a \quad y(x - 2) = 1 - a$$

$$\text{گام پنجم} \quad y = \frac{x-a}{2x} \quad y = \frac{1-a}{x-2}$$

(۲) عبارت درست y برحسب x را به دست آورید.

(۲۰)

کدام استدلال مغالطه است؟ آن را مشخص کرده و اصلاح کنید.

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

متوسط

بارم: ۰.۷۵

(الف) «اگر هوا ابری باشد، آنگاه باران می بارد.» باران باریده است، در نتیجه هوا ابری است.

(ب) «اگر مثلی دو ضلع برابر داشته باشد، متساویالساقین است.» مثلی دو ضلع برابر دارد، در نتیجه متساویالساقین است.

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

متوسط

بارم: ۲

به کمک عکس نقیض گزاره شرطی ثابت کنید: «اگر n^2 زوج باشد، آنگاه n زوج است.» ($n \in \mathbb{Z}$)

(۲۱)

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲

هر دو گزاره مرکب همواره درست هستند، که به کمک جدول ارزش های زیر درستی آن بررسی می شود.

$$p \sim q \sim q \Rightarrow p \vee (p \Rightarrow q) \quad q \wedge \sim q \sim (q \wedge \sim q)$$

د	ن	د	د	ن	د	د
د	ن	د	ن	د	د	ن
د	ن	د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	ن	ن	ن

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳

$$2^3 = 8, \quad \frac{1}{5} < \frac{1}{6} \Rightarrow (2^3 < 8) \vee \left(\frac{1}{5} < \frac{1}{6}\right)$$

د ن

پس $p \equiv T$

$$4 - (1 \times 2) = 2, \quad \sqrt{25} = 5 \Rightarrow (4 - 1 \times 2 = 2) \wedge (\sqrt{25} = 5)$$

د ن

پس $q \equiv F$

$$\sim (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$$

$$\equiv \sim (T \Rightarrow F) \Leftrightarrow T$$

$$\equiv \sim F \Leftrightarrow T$$

$$\equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴

الف) ارزش r نادرست است پس $(\sim p \vee q)$ باید نادرست باشد.

p درست پس $\sim p$ نادرست است پس q نیز باید گزاره ای نادرست باشد:

۴ عددی فرد است. q :

ب) p درست است پس $(q \Rightarrow r)$ باید نادرست باشد.

از آنجا که r نادرست است، پس q باید درست باشد.

۴ عددی زوج است. q :

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵

(الف)

$$p \vee q \Rightarrow q \vee p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

د د د

ن ن ن

د د د

د ن ن

(ب)

$$p \vee q \sim p \sim p \vee q (\sim p \vee q) \Leftrightarrow p$$

د د ن د

ن ن ن ن

ن د د د

ن د د ن

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶

الف) گزاره های مقدم و تالی هر دو درست و گزاره شرطی نیز درست است.

ب) گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است ، زیرا مقدم آن یعنی $a = 3^2 + 1 = 10$ چون فرد نیست، نادرست است.

پ) گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است، زیرا مقدم آن نادرست است. زیرا: $(0/3)^3 < (0/3)^2$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۷

چون $(p \vee q) \equiv F \sim$ پس $p \vee q \equiv T$ پس حداقل یکی از دو گزاره p و q درست است.

چون $p \equiv T \Leftrightarrow q \equiv T$ پس p و q هم ارزش هستند، پس $p \equiv T, q \equiv T$ بنابراین :

$$\sim (p \wedge q) \Rightarrow r$$

$$\equiv \sim (T \wedge T) \Rightarrow r$$

$$\equiv \sim T \Rightarrow r$$

$$\equiv F \Rightarrow r \equiv T$$

به انتقای مقدم

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۸

$$q \wedge (p \vee \sim r) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q) \vee r$$

$$\equiv F \wedge (T \vee \sim r) \Leftrightarrow (\sim T \vee \sim F) \vee r$$

$$\equiv F \wedge T \Leftrightarrow (F \vee T) \vee r$$

$$\equiv F \Leftrightarrow T \vee r$$

$$F \Leftrightarrow T \equiv F$$

بنابراین ارزش گزاره مرکب نادرست است.

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۹

الف) ارزش گزاره شرطی زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد. پس ارزش p درست و ارزش $(p \wedge q)$ نادرست است. چون ارزش گزاره عطفی نادرست است، پس حتماً حداقل یکی از دو گزاره نادرست است، پس q نادرست است.

ب) p درست و $\sim p$ درست هستند پس $(p \wedge \sim q)$ درست است.

q نادرست است، پس $p \Rightarrow \sim q$ به انتقای مقدم درست است. در نتیجه:

$$(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p) \equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۰

الف) $(p \wedge \sim p)$ نادرست است. ترکیب عطفی هر گزاره با نقیض آن همواره نادرست است، پس $(p \wedge \sim p)$ نادرست است.

$(q \vee \sim q)$ درست است. ترکیب فصلی هر گزاره با نقیض آن همواره درست است.

ب) طبق قاعده عکس توزیع پذیری داریم:

$$(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \equiv p \vee (q \wedge \sim q) \equiv p \vee F \equiv p$$

در نتیجه داریم:

$$p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۱

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	T

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۲

ایراد استدلال در نحوه نوشتن مساحت جدید مستطیل است.

$$S = \left(\frac{1}{y}x\right) \times \left(\frac{1}{x}y\right) = \frac{1}{xy}(xy) = \frac{1}{xy}S$$

ساده

نهایی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۳

الف) $2\sqrt{x} = x$

ب) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x + y$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۴

به کمک عکس نقیض گزاره شرطی ثابت می کنیم.

یعنی ثابت می کنیم اگر n مضرب ۳ نباشد، آنگاه n^2 نیز مضرب ۳ نیست:

$$n = 3k + 1 \quad (1)$$

یا

$$n = 3k + 2 \quad (2)$$

$$(1) \quad n^2 = (3k + 1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1 = 3m + 1$$

$$(2) \quad n^2 = (3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 = 3m' + 1$$

نشان دادیم که اگر n مضرب ۳ نباشد، آنگاه n^2 نیز مضرب ۳ نیست. پس حکم به کمک عکس نقیض گزاره شرطی ثابت شد.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۵

الف) دو عدد را x و y در نظر می گیریم.مجموع مجذور دو عدد را $x^2 + y^2$ و مجذور مجموع دو عدد را $(x + y)^2$ در نظر می گیریم، پس:

$$x^2 + y^2 > (x + y)^2 - 1$$

ب) در مرحله سوم خطا رخ داده و ساده کردن d از دو طرف اشتباه است.

$$۳) ac - ad = a - d$$

$$۴) ac = a - d - ad$$

$$۵) c = \frac{a - d - ad}{a}$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۶

الف) دو عدد را x و y فرض می کنیم، مجذور آن ها x^2 و y^2 و مجذور حاصل جمع $(x + y)^2$ است، پس عبارت را به صورت زیر می نویسیم.

$$x^2 + y^2 < (x + y)^2$$

ب) عدد را x فرض می کنیم، پس:

$$۵x - ۳ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} x$$

$$۵x - ۳ = \frac{1}{6} x$$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۷

عکس نقیض گزاره:

«اگر عددی مضرب ۳ نباشد، آنگاه مربع آن نیز مضرب ۳ نیست.»

اگر x مضرب ۳ نباشد، ۲ حالت اتفاق می افتد:

$$۱) x = ۳k + ۱ \Rightarrow x^2 = (۳k + ۱)^2 = ۹k^2 + ۶k + ۱ = ۳(\underbrace{۳k^2 + ۲k}_{k^2}) + ۱ = ۳k^2 + ۱$$

$$۲) x = ۳k + ۲ \Rightarrow x^2 = ۹k^2 + ۱۲k + ۴ = ۳(۳k^2 + ۴k + ۱) + ۱ = ۳k^2 + ۱$$

بنابراین در ۲ حالت فوق، x^2 مضرب ۳ نیست.

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۸

الف) استدلال به کار رفته یک مغالطه است.

ارزش آن نادرست است. چرا که $a^2 = (-2)^2$ عددی مثبت است اما $a = -2$ عددی منفی است.

(ب)

$$p \rightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p \wedge p \rightarrow q \Rightarrow q$$

د د د د

د ن ن ن

د د ن د

د ن د ن

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۹

الف)

اگر فرض کنیم:

 p : عددی گنگ است q : عددی گنگ $\sqrt{a}$ استاگر بخواهیم از درستی گزاره p به گزاره q برسیم چون مسیر اثبات دشوار است، برای این کار از عکس نقیض گزاره $q \Rightarrow p$ یعنی $p \Rightarrow \sim q$ استفاده می‌کنیم، یعنی نشان می‌دهیم اگر $\sqrt{a}$ عددی گویا باشد در این صورت a نیز عددی گویا است. a عددی گویاست $\Rightarrow (\sqrt{a})^2 \Rightarrow$ نیز عددی گویا است $\Rightarrow \sqrt{a}$ عددی گویا است.

(ب)

۱) علی در گام سوم دچار اولین خطا شده است زیرا هنگامی که xy از سمت راست تساوی به سمت چپ منتقل کرده علامت آن را تغییر نداده است.محمد در گام دوم دچار خطا شده است زیرا در طرفین وسطین کردن، x را فقط در y ضرب کرده و در -1 ضرب نکرده است.

۲) حال عبارت درست را می‌یابیم:

$$x = \frac{2y - a}{y - 1} \Rightarrow x(y - 1) = 2y - a$$

$$\Rightarrow xy - x = 2y - a \Rightarrow xy - 2y = x - a$$

$$\Rightarrow y(x - 2) = x - a \Rightarrow y = \frac{x - a}{x - 2}$$

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۰

استدلال «الف» مغالطه است.

صورت درست: «هوا ابری است» در نتیجه «باران می‌بارد»

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۱

اگر فرض کنیم:

 n^2 زوج است p: n زوج است q:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

بنابراین نشان می دهیم اگر n زوج نباشد، آنگاه n^2 نیز زوج نیست.

$$\Rightarrow n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$\Rightarrow n^2 = \underbrace{2(2k^2 + 2k)}_{k'} + 1 = 2k' + 1$$

یعنی n^2 نیز زوج نیست.

ساده

نهایی ۱۴۰۱

گزینه درست: null

سوال ۲۲

(ب) برآمد

(الف) تعداد

دشوار

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۳

(الف) در مرحله ۲، در کسر سمت چپ مقدار b را از صورت و مخرج ساده کرده که اشتباه است؛ بنابراین:

$$\text{درست: } \frac{2a + 3b}{c + 2b} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a + 3b = 3c + 2b \Rightarrow 2a = 3c$$

(ب) دو برابر مجذور عددی را به علاوه یک کنیم برابر نه می شود.

ساده

نهایی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۴

(الف) استثنایی

(ب) مغالطه

متوسط

نهایی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۵

(الف) مساحت باید ۴ برابر شود $S = x \cdot y$
 $S = 2x \cdot 2y = 4xy = 4S$

$$\text{(ب)} \quad n = 2k + 1 \quad n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = \underbrace{2(2k^2 + 2k)}_m + 1 = 2m + 1$$

n^2 فرد $\rightarrow$ n فرد

پس n^2 فرد است